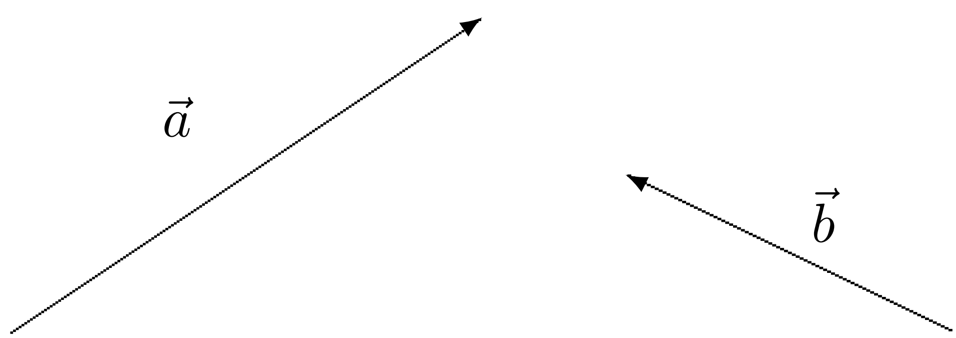
1 – Adição de Vectores

Problema:

O vector $\vec{a}$ representa a velocidade a que se desloca um praticante de *asa delta*. De repente levanta-se um vento cuja velocidade é constante e representada pelo vector $\vec{b}$.

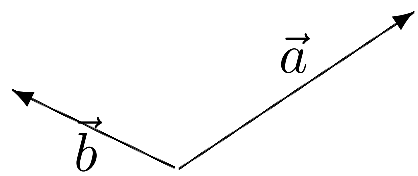
Qual o vector que representa a velocidade real da *asa delta* a partir do momento em que se levantou o vento?



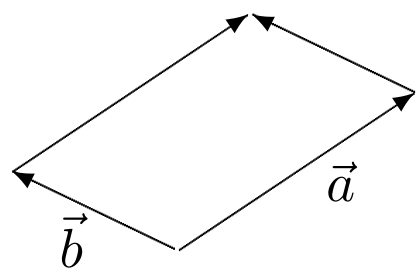
Regra do Paralelogramo

Para obter o vector que representa a velocidade resultante, procede-se do seguinte modo:

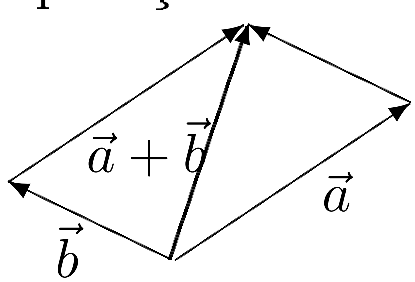
1. Escolhem-se dois segmentos orientados que representem os vectores dados e tais que tenham o mesmo ponto de aplicação;



2. Constrói-se um paralelogramo que tem por lados os dois segmentos orientados referidos acima;



3. Traça-se a diagonal que contém o ponto de aplicação atrás referido.

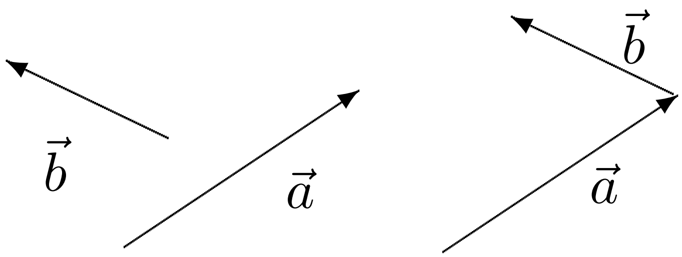


O vector resultante tem a direcção e a norma dessa diagonal. Esse é o **vector soma** dos vectores: $\vec{a}+\vec{b}$.

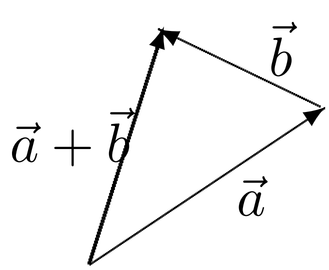
Regra do Triângulo

Opcionalmente, poderíamos ter determinado a velocidade resultante de outro modo. Para tal:

1. Constroem-se dois segmentos orientados representantes dos vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, de modo a que a origem do segundo coincida com a extremidade do primeiro;



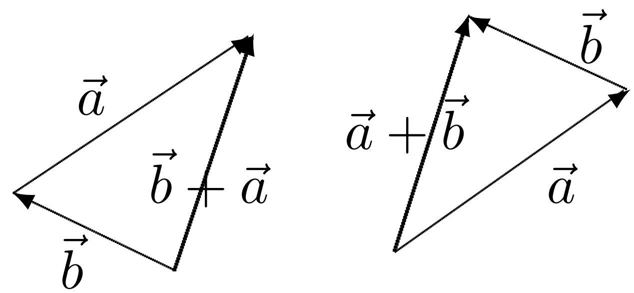
2. O segmento orientado que representa o vector soma tem então as seguintes características:
    - Tem por origem a origem do primeiro;
    - Tem por extremidade a extremidade do segundo.



Propriedades da adição de vectores

Propriedade comutativa Quaisquer que sejam os vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ do espaço, tem-se

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}.$$



Propriedade Associativa Quaisquer que sejam os vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ do espaço, tem-se

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

Existência de elemento neutro Existe um vector, que designamos por vector nulo, $\vec{0}$, tal que, qualquer que seja o vector $\vec{a}$ do espaço se tem [a]:

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}.$$

[a] O vector nulo tem sentido e direcção indeterminados, sendo o sua norma zero unidades de medida.

Existência de simétrico Para cada vector $\vec{a}$ do espaço, existe um vector (a que chamamos simétrico de $\vec{a}$ e notamos por $-\vec{a}$) que adicionado a $\vec{a}$ produz como soma o vector nulo:

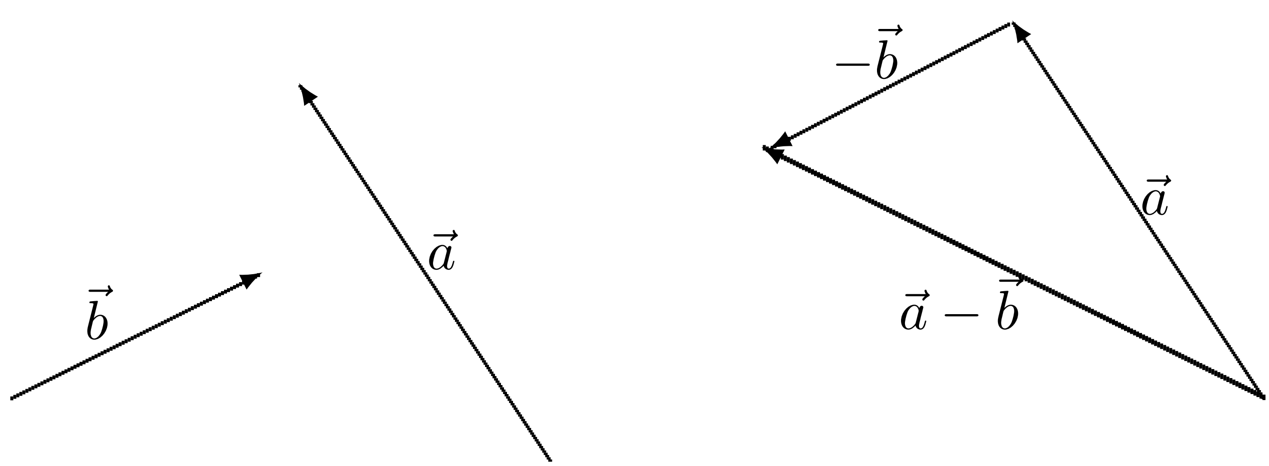
$$\vec{a} - \vec{a} = -\vec{a} + \vec{a} = \vec{0}.$$

(Ver a página 75 do manual adoptado)

2 – Subtracção de Vectores

Dados dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ do espaço, define-se $\vec{a} - \vec{b}$ como sendo a adição do primeiro com o simétrico do segundo:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$



3 – Produto de um vector por um escalar.

O termo *escalar* é sinónimo de número real.

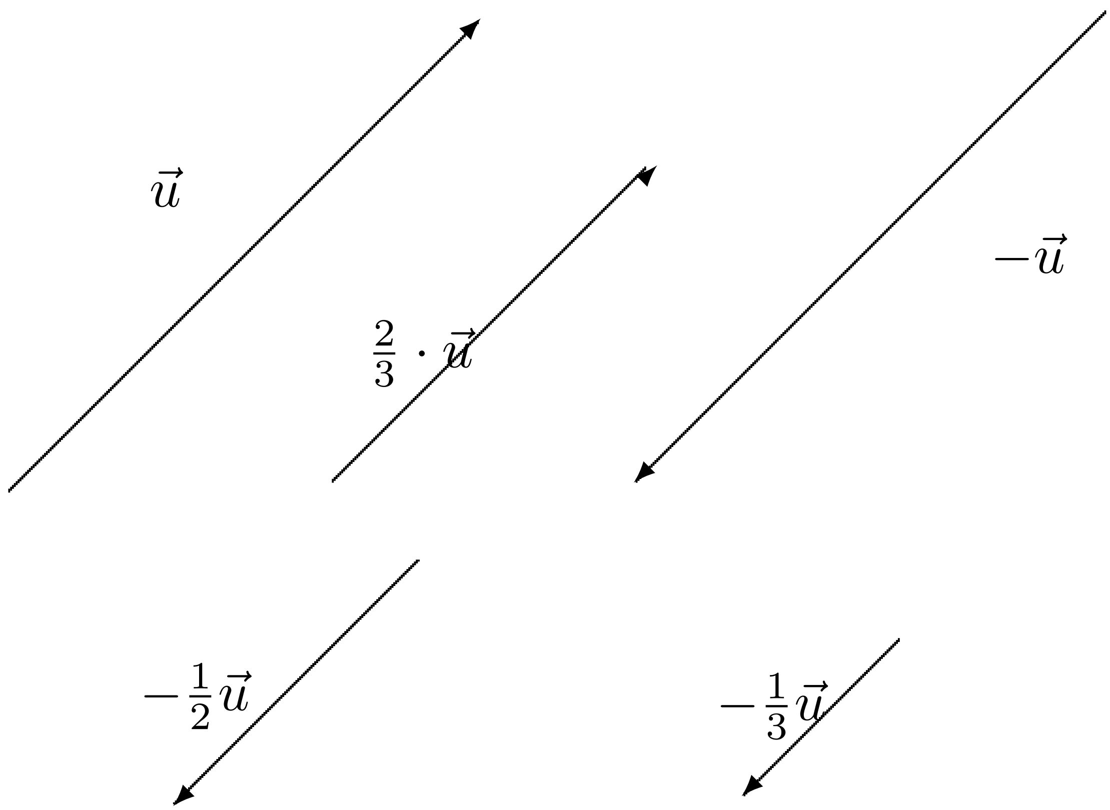
Definição (Produto de um vector por um escalar)

O produto $k \cdot \vec{v}$, do número real $k \neq 0$ pelo vector $\vec{v}$, é um vector com:

- A mesma direcção de $\vec{v}$;
- O sentido
  - de $\vec{v}$ se $k > 0$;
  - de $-\vec{v}$ se $k < 0$.
- Norma dada por

$$\|k \cdot \vec{v}\| = |k| \cdot \|\vec{v}\|.$$

No caso de $k = 0$ vem $k\vec{v} = \vec{0}$, que como sabemos o vector nulo e tem direcção e sentido indeterminados.



Definição (Vectores Colineares)

Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dizem-se **colineares** (ou paralelos) se existe um e um só número real k, tal que

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}.$$

Exemplos: $\vec{u}$, $-\frac{1}{2}\vec{u}$, $-5\vec{u}$, ..., são vectores colineares.